

⑭

数学思维能力等级测试

初中一年级试卷

(考试时间:90 分钟)

一、选择题($5' \times 8 = 40'$) 以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将表示正确答案的字母填在下面的表格中.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. $(123456785)^2 - 123456784 \times 123456786 =$

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 0

2. 某班 15 名同学参加数学竞赛,平均分为 81 分.但小马在统计成绩不小心漏掉了小明,算得 14 人的平均成绩为 80 分.则小明的成绩为

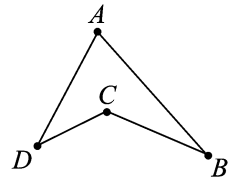
- A. 81 分 B. 85 分 C. 94 分 D. 95 分

3. 某餐馆制作馒头,在面粉中加入了一定量的食盐,得到面粉与食盐的混合物 45 千克.为使食盐的比例降低 10%,应再加入面粉

- A. 5 千克 B. 3 千克 C. 4.5 千克 D. 6 千克

4. 如图,若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle D = 40^\circ$,则 $\angle DCB =$

- A. 90° B. 130°
C. 100° D. 120°



5. 用刀切面包,不移动面包的位置,切割 4 次后,面包最多可分成

- A. 8 块 B. 11 块 C. 15 块 D. 16 块

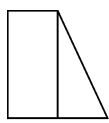
6. 一列火车匀速行驶,通过一个信号灯耗时 15 秒,从进入一座 1 千米的隧道开始到完全离开为止耗时 1 分钟.这列火车的时速为

- A. 100 千米/时 B. 90 千米/时 C. 80 千米/时 D. 70 千米/时

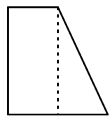
7. 一串数的前 5 项依次为:1, 2, 1, -1, -2, 以后的各项都是由前面一项减去再前面一项得到的.则这串数的前 50 项之和是

- A. 3 B. 0 C. -5 D. 12

8. 在一个几何体中,从前面和从上面看到的图案如右所示,则从右面看到的相应图案可以是



A



B



C



D



(从前面看到的图案)



(从上面看到的图案)

二、填空题(6' × 8 = 48')

9. 在 $\frac{7}{15}, \frac{3}{7}, \frac{6}{11}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}$ 这五个分数中,其相反数最小的那个分数是_____.

10. 将 $16^8 \times 5^{25}$ 乘开,所得乘积共有_____位数字.

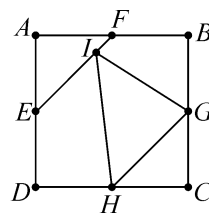
11. 使等式 $|x - 1| + |x - 2| = 3$ 成立的所有 x 的取值为_____.

12. 在直角坐标系 xoy 中, A, B 两点的坐标分别是 $A(4, 2), B(1, -2)$, 则 $\angle AOB =$ _____度.

13. 在一个圆周上有 7 个点,正好将圆周七等分,以这些点为顶点作三角形,可以作_____个等腰三角形.

14. 设 x, y 是两个互质的正整数,若将分数 $\frac{x}{y}$ 的分子和分母均加 1,则分数的值增加 10%,则所有这样的分数 $\frac{x}{y}$ 为_____.

15. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1cm,点 E, F, G, H 分别是所在边上的中点,点 I 在 EF 上,则 $\triangle IGH$ 的面积是_____ cm^2 .



16. 甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A, B, C 三个城市时,

甲说:我去过的城市比乙多,但没去过 B 城市;

乙说,我没去过 C 城市;

丙说,我们三人去过同一个城市.

由此可判断乙去过的城市为_____.

三、解答题(第 17、18 题分别为 14 分、18 分,共 32 分)

17. 为充分利用雨水资源,某校修建了 A、B 两个设置收集雨水. 已知它们可收集到的落雨面积、蓄水池容积和蓄水池中已有水量如下表:

	设置 A	设置 B
可收集到的落雨面积(m^2)	160	120
蓄水池容积(m^3)	50	13
蓄水池已有水量(m^3)	34	11.5

下雨时

(I) 哪一个蓄水池会先注满水,此时,另一蓄水池的剩余容积是多少?

(II) 为使两个蓄水池同时注满水,可事先从一个蓄水池中抽取多少水注入另一个蓄水池?

18. 在密码学中,称直接可以看到内容的为明码,对明码进行某种处理后得到的内容为密码. 对于英文,人们将 26 个字母按顺序分别对应于整数 0 到 25. 现在由 4 个字母构成密码单词,记 4 个字母对应的数字分别为 x_1, x_2, x_3 和 x_4 . 已知整数 $x_1 + 2x_2, 3x_2, x_3 + 2x_4, 3x_4$ 除以 26 的余数分别为 4, 0, 14, 20,

(1) 求 x_1, x_2, x_3 和 x_4 .

(2) 求密码单词(请用英文写出), 中文涵意是什么?

⑭

数学思维能力等级测试

初中一年级试卷标准答案

一、选择题(5' × 8 = 40')

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	B	C	C	A	D

二、填空题(6' × 8 = 48')

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$\frac{6}{11}$	28	0,3	90	21	$\frac{5}{11}$	$\frac{1}{4}$	A

三、解答题(第 17、18 题分别为 14 分、18 分,共 32 分)

17. 解:(I) 蓄水池 A、B 同一时间内注入水的容积之比是 $\frac{160}{120} = \frac{4}{3}$, 当 B 池注入水 1.5m^3 , A 池

只注入了水 $1.5 \times \frac{4}{3} = 2(\text{m}^3)$. 则蓄水池 A 的剩余容积为 $50 - 34 - 2 = 14(\text{m}^3)$

...7'

(II) 由(I)知,蓄水池 B 先注满水. 需从 B 池中抽取 x 立方米注入 A 池. 于是

$$\frac{160}{120} = \frac{50 - (34 + x)}{13 - (11.5 - x)}$$

解得 $x = 6$. 即使两个蓄水池同时注满水,可事先从蓄水池 B 中抽取 6m^3 的水注入蓄水池 A.

...14'

18. 解:(1) 显然:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \text{ 除以 } 26, \text{ 余数为 } 4, \dots \textcircled{1} \\ 3x_2 \text{ 除以 } 26, \text{ 余数为 } 0, \dots \textcircled{2} \\ x_3 + 2x_4 \text{ 除以 } 26, \text{ 余数为 } 14, \dots \textcircled{3} \\ 3x_4 \text{ 除以 } 26, \text{ 余数为 } 20. \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

其中 $0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 25$.

...4'

由②: $x_2 = 0$

由①: x_1 除以 26, 余数为 4, $x_1 = 4$.

由④: $3x_4 = 26q + 20 = 26 + 20 = 46, (q = 1), 3 \nmid 46$, 不可;

或 $= 52 + 20 = 72, (q = 2), x_4 = 24$.

由③: $x_3 + 2x_4 = x_3 + 48$ 除以 26 得 14,

$\therefore x_3 + 48 = 26 \cdot q + 14 = 40 (q = 1), x_3 = -8, x_3$ 除以 26 余 -8 ,

即非负余数为 $-8 + 26 = 18$.

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 4, x_2 = 0, \\ x_3 = 18, \\ x_4 = 24. \end{cases}$$

...12'

(2)	英文字母	Ⓐ	b	c	d	Ⓔ	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	Ⓔ	t	u	v	w	x	Ⓕ	z
	对应数字	Ⓐ	1	2	3	Ⓔ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Ⓖ	19	20	21	22	23	Ⓖ	25

...15'

因此,密码单词为:easy,容易.

...18'

⑭

数学思维能力等级测试

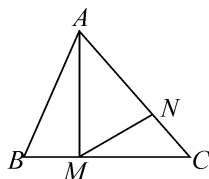
初中二年级试卷

(考试时间:90 分钟)

一、选择题(5' × 8 = 40') 以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将表示正确答案的字母填在下面的表格中.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

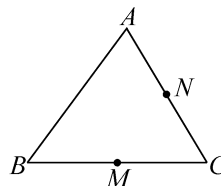
- 关于 x 的方程 $(a+3)x+b=4$ 有无穷多个解,则点 $P(a,b)$ 到原点的距离为
A. 3 B. 4 C. 5 D. 7
- 已知 10 条线段中,任意三条都不能组成三角形,最短的长度为 a ,这 10 条线段长度之和为 s ,在所有满足上述条件的 10 条线段中, $\frac{s}{a}$ 的最小值为
A. 143 B. 144 C. 145 D. 150
- 一个长方体的棱长分别为 x, y, z ,且 $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x+y+z)$,则这个长方体的表面积为
A. 22 B. 16 C. 11 D. 6
- 已知一个三角形三边长都是整数,有两边的差为 5,周长为 100,则最小边的最大值可能为
A. 27 B. 30 C. 31 D. 32
- 三个班的同学共同活动,一班的女生比二班多 5 个,二班女生比三班多 2 个.三个班各分为若干个组,三班第一组有 3 名女生.如果把一班的的第一组调到二班,二班的第一组调到三班,三班的第一组调到一班,那么三个班的女生人数一样多.那么一、二两班原第一组的女生人数分别为
A. 6,7 B. 7,6 C. 6,5 D. 5,6
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B - \angle C = 10^\circ$, M, N 分别是 BC, AC 边上的点,且 $AM = AN$,若 $\angle BAM = 20^\circ$,则 $\angle CMN =$
A. 20° B. 15°
C. 10° D. 5°



7. 直线 $y = x + m$ 与双曲线 $y = \frac{m+1}{x}$ 在第一象限交于 A , 与 x 轴交于 B , $AD \perp x$ 轴于 D , $S_{\triangle AOD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOB} =$
- A. 5 B. 6 C. 9 D. 15
8. 已知矩形的周长为 $\sqrt{4m^2 + 80}$, 一条对角线长为 m , 则这个矩形的面积是
- A. 80 B. 40 C. 20 D. 10

二、填空题(6' × 8 = 48')

9. 在 $\triangle ABC$ 中, M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点, P 是 AB 上的一动点, 且 $\angle MPN = \angle ACB$. 若 $AC = 13$, $AB = 14$, $BC = 15$, 则 $AP =$ _____.



10. 若 $x + y + z = 5$, $x^2 + y^2 + z^2 = 13$, $x^3 + y^3 + z^3 = 41$. 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} =$ _____.
11. 一群猴子分一堆桃子, 每个猴子 3 个余 10 个, 每个猴子 5 个最后一猴分不到 2 个, 那么猴子共有 _____ 只; 桃子共有 _____ 个.
12. 平面内 6 条不同直线两两相交, 交点个数最多有 _____ 个; 小于 180° 的角的个数最多有 _____ 个.
13. 一个直角三角形三边长都是整数, 一条直角边长是 10 的倍数, 另一条直角边长是一位数, 当斜边最大时, 这个三角形的面积为 _____ (平方单位).
14. 已知一个长方体的棱长 x 、 y 、 z 互不相等, 且为 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = a$ 的正整数解 (a 为正整数). 则这个长方体的体积为 _____ (立方单位).
15. 平面内, n 条直线把平面最多分割成 211 个部分, 则 $n =$ _____.
16. 已知实数 x, y 满足:

$$\sqrt{125x - 16} + \sqrt{25 - 8y} = 6, \quad \dots\dots(1)$$

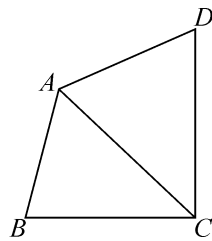
且 $\sqrt{25 - 80x} + \sqrt{12.5y - 16} = 6. \quad \dots\dots(2)$

则 $\frac{x}{y} =$ _____.

三、解答题(第 17、18 题分别为 14 分、18 分,共 32 分)

17. 一项工程,甲乙两队合做 $4\frac{4}{9}$ 天完成,需付费用 40000 元,乙丙两队合做 $6\frac{2}{13}$ 天完成,需付费用 32000 元,甲丙两队合做 $5\frac{1}{3}$ 天完成,需付费用 38400 元,现要求在 10 天内完成,怎样安排,费用最少,最少费用是多少?

18. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 90^\circ$, $BC = CD$, $AB = 2$, $AC = 3$, $AD = \sqrt{6}$, 且 A 到 BC 、 CD 的距离均小于线段 BC 之长度, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



⑭

数学思维能力等级测试

初中二年级试卷标准答案

一、选择题(5' × 8 = 40')

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	A	C	B	B	D	D

二、填空题(6' × 8 = 48')

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	7 或 5	3	7, 31	15, 60	180	36	20	0.1

三、解答题(第 17、第 18 题分别为 14 分、18 分,共 32 分)

17. 解:设甲、乙、丙单独施工分别需 x, y, z 天,各做 1 天分别需付费 a, b, c 元. 则

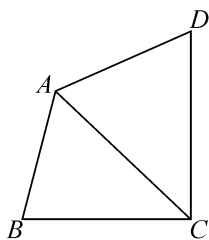
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{40} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{13}{80} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{3}{16} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \\ z = 16 \end{cases}. \text{又} \begin{cases} \frac{40}{9}(a+b) = 40000 \\ \frac{80}{13}(b+c) = 32000 \\ \frac{16}{3}(c+a) = 38400 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 5500 \\ b = 3500 \\ c = 1700 \end{cases}. \quad \dots 6'$$

甲单独承包,费用为 $5500 \times 8 = 44000$ 元;乙单独承包,费用为 $3500 \times 10 = 35000$ 元. ...8'

现安排丙做满 10 天,费用为 $1700 \times 10 = 17000$ 元,其余部分由乙在同期的 10 天内做完,时间为 $(1 - \frac{10}{16}) \div \frac{1}{10} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ (天),费用为 $3500 \times \frac{15}{4} = 13125$ 元.

这样,总费用为: $17000 + 13125 = 30125$ (元).答:安排丙做满 10 天,乙在同期内做 $3\frac{3}{4}$ 天,费用最少,最少费用为 30125 元. ...14'

18. 如下图:



18题图

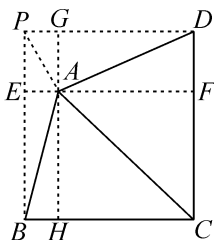


图 (1)

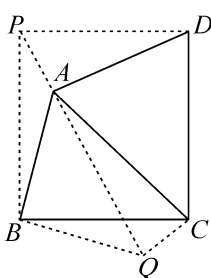


图 (2)

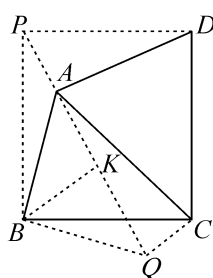


图 (3)

[解法一]:补全正方形,如图(1),

$$\therefore AP^2 + AC^2 = (AE^2 + AG^2) + (AH^2 + AF^2),$$

$$AB^2 + AD^2 = (AE^2 + AH^2) + (AF^2 + AG^2),$$

$$\therefore AP^2 + AC^2 = AB^2 + AD^2, \therefore AP^2 + 3^2 = 2^2 + (\sqrt{6})^2, \text{解得 } AP = 1.$$

或者:作出如图(1),设 $BH = EA = PG = x, DF = GA = PE = y,$

$$\text{由 } FC = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4 - x^2}, \text{同理得 } HC = AF = \sqrt{6 - y^2}.$$

$$\text{而 } AC^2 = AH^2 + AF^2, \therefore 9 = 4 - x^2 + 6 - y^2, \text{即 } x^2 + y^2 = 1. \text{得到 } AP = 1. \quad \dots 4'$$

将 $\triangle BAP$ 绕 B 点顺时针旋转 90° 到 $\triangle BQC$, 连接 AQ , 如图(2),

则 $QC = AP = 1, BQ = BA = 2, AQ = 2\sqrt{2}$, 且 $\angle AQB = 45^\circ$.

在 $\triangle AQC$ 中, $(2\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3^2, AQ^2 + QC^2 = AC^2, \therefore \angle AQC = 90^\circ. \therefore \angle BQC = 135^\circ.$

即得 $\angle BAP = 135^\circ$, 从而得 $PA = AQ$ 共直线. ...11'

作 $BK \perp AQ$ 于 K , 如图(3), 则 $\triangle ABK$ 为等腰直角三角形, $BK = \sqrt{2}$.

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}AP \cdot BK = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \therefore S_{\triangle BQC} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$S_{\text{四边形}ABQC} = S_{\triangle ABQ} + S_{\triangle AQC} = \frac{1}{2}AB \cdot BQ + \frac{1}{2}AQ \cdot QC$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}.$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}ABQC} - S_{\triangle BQC} = 2 + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \dots 18'$$

[解法二]: 设 $BC = DC = a$, A 到 DC 的距离为 x , A 到 BC 的距离为 y , 且 $0 < x, y < a$, 则

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (a-x)^2 + y^2 = 4 \\ (a-y)^2 + x^2 = 6, \quad \text{其中 } 0 < x, y < a \end{cases}$$

$$\text{化简得: } \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ a^2 - 2ax = -5 \\ a^2 - 2ay = -3 \end{cases} \quad \dots 6'$$

故 $2ax = a^2 + 5, 2ay = a^2 + 3$, 又由 $x^2 + y^2 = 9$ 可得

$$a^2x^2 + a^2y^2 = 9a^2, \text{故 } (a^2 + 5)^2 + (a^2 + 3)^2 = 36a^2,$$

即 $a^4 - 10a^2 + 17 = 0$,

所以 $a^2 = 5 \pm 2\sqrt{2}$12'

检验: 视 $a^2 - 2ay + 3 = 0$ 为 a 的一元二次方程, y 为常数(参数).

当 $a^2 = 5 - 2\sqrt{2}$ 时,

由于 $\Delta = (2y)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4(y^2 - 3) < 4(a^2 - 3) = 4(5 - 2\sqrt{2} - 3)$

$$= 4(2 - 2\sqrt{2}) = 8(1 - \sqrt{2}) < 0$$

因此解 $a^2 = 5 - 2\sqrt{2}$ 为增根, 弃之. 从而 $a^2 = 5 + 2\sqrt{2}$ 为唯一解. ...16'

$$\frac{1}{2}ay = \frac{1}{4}(a^2 + 3) = \frac{1}{4} \times (8 + 2\sqrt{2}) = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} = S_{\triangle ABC}. \quad \dots 18'$$